Chapitre n°5 : Corrigé - Les polynômes – 2ème partie -

Exercices complémentaires

Compétence exercée : expliciter des savoirs

Exercice n°1

a) Par Horner, le polynôme $3x^2 - 2x + 5$ est divisible par $x - 2$

☐ Vrai ☐ Faux 2 n'est pas un diviseur de 5, donc le reste ne peut pas être égal à zéro.

b) En simplifiant $\frac{5x-3}{6}$ on obtient $\frac{5x-1}{3}$

☐ Vrai ☐ Faux On ne peut simplifier une partie de la soustraction !

c) La fraction $\frac{4x^2-4x+1}{x^2-1}$ existe ssi

☐ $x \neq \frac{1}{2}$ ☐ $x \neq \frac{1}{2}$ et $x \neq 1$ ☐ $x \neq 1$ et $x \neq -1$ ☐ $x \neq 1$

En factorisant le dénominateur : $(x - 1)(x + 1)$

d) Le polynôme $x^2 + 1 - 6x + 7$ est factorisable par la méthode somme et produit.

Dans ce cas, la somme est égale à ...-6... et le produit est égal à ... 8...

e) La solution de l'équation $5x(x - 3)(x + 1) = 0$ est : $S = \{ -5 ; -1 ; 3\}$.

☐ Vrai ☐ Faux $S = \{ -1 ; 0 ; 3\}$

Compétence exercée : appliquer une procédure

Exercice n°2

a) Factorise par Horner le polynôme : $2x^3 - 7x^2 + 8x - 4 = (2x^2 - 3x + 2)(x - 2)$

b) Factorise par la méthode somme et produit le polynôme : $x^2 + x - 12$

$= (x - 3)(x + 4)$

c) Factorise par mise en évidence, ensuite utilise les produits remarquables.

a) $16x^3 + 36x + 48x^2 = 4x\,(2x + 3)^2$

b) $4x^2\,(x - 3) + 16\,(3 - x) = 4\,(x - 3)\,(x^2 - 4) = 4\,(x - 3)\,(x - 2)\,(x + 2)$

Exercice n°3

Factorise le plus loin possible

a) $3x^3 - 30x^2 + 72x = 3x\,(x^2 - 10x + 36) = 3x\,(x - 4)\,(x - 6)$

....

b) $(4x^2 - 1)^2 - (3x^2 + 3)^2 = (4x^2 - 1 - (3x^2 + 3))\,(4x^2 - 1 + (3x^2 + 3))$

$= (x^2 - 4)\,(7x^2 + 2) = (x - 2)\,(x + 2)\,(7x^2 + 2)$

c) $162x^6 - 144x^4 + 32x^2 = 2x^2\,(81x^4 - 72x^2 + 16)$

$= 2x^2\,(9x^2 - 4)^2 = 2x^2\,(3x - 2)^2\,(3x + 2)^2$

d) $4x^3 - 8x^2 + 5x - 1 = (x - 1)\,(4x^2 - 4x + 1)$ Horner $P(1) = 0$

$= (x - 1)\,(2x - 1)^2$

Exercice n°4

Résous les équations suivantes :

a) $(x - 2)\,(x^2 - 1) = -8\,(2 - x)$

$(x - 2)\,(x^2 - 1) + 8\,(2 - x) = 0$

$(x - 2)\,(x^2 - 1) - 8\,(x - 2) = 0$

$(x - 2)\,(x^2 - 1 + 8) = 0$

$(x - 2)\,(x^2 - 9) = 0$

$(x - 2)\,(x - 3)\,(x + 3) = 0$

....

$S = \{-3\,;\,2\,;\,3\}$

....

b) $2x^4 - 8x^2 = 0$

$2x^2 (x^2 - 4) = 0$

$2x^2 (x - 2) (x + 2) = 0$

....

....

$S = \{-2 ; 0 ; 2 \}$

....

....

....

c) $2x^3 + 2x^2 = 24x$

$2x^3 + 2x^2 - 24x = 0$

$2x (x^2 + x - 12) = 0$

$2x (x + 4) (x - 3) = 0$

....

$S = \{-4 ; 0 ; 3 \}$

....

....

....

d) $50x^2 - 20x + 2 = 0$

$2 (25x^2 - 10x + 1) = 0$

$2 (5x - 1)^2 = 0$

....

....

$S = \left\{\frac{1}{5}\right\}$

....

....

....

Exercice n°5

Effectue et simplifie les fractions suivantes en indiquant les conditions d'existence.

a) $\frac{5x - 9}{x^2 - 9} - \frac{4}{x + 3} = \frac{5x - 9 - 4(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)}$

CE : $x \neq 3$ et $x \neq -3$

$= \frac{5x - 9 - 4x + 12}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{x + 3}{(x - 3)(x + 3)}$

$= \frac{1}{x - 3}$

b) $\dfrac{3a}{a+3} \cdot \dfrac{a^2-4}{a^2+2a} \cdot \dfrac{2a+6}{2a^2-2a} =$

$\dfrac{3a}{a+3} \cdot \dfrac{(a-2)(a+2)}{a\,(a+2)} \cdot \dfrac{2\,(a+3)}{2a\,(a-1)}$

CE : $a \neq -3$ et $a \neq 0$ et $a \neq -2$ et $a \neq 1$

$= \dfrac{3\cancel{a}}{\cancel{a+3}} \cdot \dfrac{(a-2)\cancel{(a+2)}}{\cancel{a}\,\cancel{(a+2)}} \cdot \dfrac{\cancel{2}\,\cancel{(a+3)}}{\cancel{2}a\,(a-1)} = \dfrac{3\,(a-2)}{a\,(a-1)}$

c) $\dfrac{1+2y+y^2}{\dfrac{1-y^2}{3}} =$

$= \quad 1+2y+y^2 \cdot \dfrac{3}{1-y^2}$

CE : $y \neq -1$ et $y \neq 1$

$= (1+y)^2 \cdot \dfrac{3}{(1-y)\,(1+y)} = \dfrac{3\,(1+y)}{(1-y)}$

d) $\dfrac{2a-1}{a^2-16} - \dfrac{a-1}{a(a-4)} =$

$= \dfrac{(2a-1)a-(a-1)(a+4)}{a\,(a-4)\,(a+4)}$

CE : $a \neq 0$ et $a \neq -4$ et $a \neq 4$

$= \dfrac{2a^2-a-a^2-4a+a+4}{a\,(a-4)\,(a+4)}$

$= \dfrac{a^2-4a+4}{a\,(a-4)\,(a+4)} = \dfrac{(a-2)^2}{a\,(a-4)\,(a+4)}$